INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VÝUKA MATEMATIKY NA STŘEDNÍ A VYSOKÉ ŠKOLE

Brno 2010

Břetislav Fajmon

Obsah

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1 Matematika na VŠ technického směru

Poznámka 1.1. Trendy ve výuce na VŠ technických. S přelomem tisíciletí dochází i k velkému přelomu v dosavadnímu přístupu ve výuce matematiky na vysokých školách technických. Tato změna souvisí

- s nastolením počítačů do výuky jako naprosto normáního nástroje pro každý technický předmět (anomálií už je, když se daný předmět na VŠ za pomoci počítačů neučí).
- s rozdělením vysokoškolského studia na bakalářské (první tři až čtyři roky) a magisterské (další dva roky). Díky bakalářským zkouškám v šestém semestru studia dochází k redukci obsahu studia na prvních pět semestrů.
- s trendem některých předmětů potřebné matematické znalosti probrat vždy v tom daném technickém předmětu, pokud jsou bezprostředně potřeba.

Poznámka 1.2. Dva přístupy k výuce matematiky na VŠ technických. V souvislosti s trendy z předchozí poznámky se objevují ve výuce matematiky dva přístupy:

1. Vyjít z potřeb ostatních technických předmětů na VŠ a učinit ze studia matematiky rychlokurs tisíce matematických pojmů a metod bez jejich patřičného procvičení a zažití (k tomuto trendu jsou ústavy matematiky nuceny jak redukcí prostoru k výuce, tak neklesajícími požadavky z ostatních ústavů na VŠ).
2. Smířit se s omezeným prostorem k výuce, ale nesnížit cíl vyučujícího, kterým je dovést studenta k hlubšímu porozumění některých pojmů a jejich souvislostí s dalšími pojmy. Toto „prohloubení ponoru“ je možné jen díky vědomému „omezení obsahu“ (omezení prostoru znamená prohlobení ponoru) – omezení probíraných partií jen na některé oblasti či pojmy.

Stručná osnova předmětu Matematika 1.

1. Matice. Systémy lineárních rovnic a jejich řešení Gaussovou eliminační metodou.
2. Determinanty a způsoby jejich výpočtu. Cramerovo pravidlo při řešení lineárního systému rovnic.
3. Vektor, lineární kombinace vektorů. Lineární závislost a nezávislost vektorů. Báze a dimenze vektorového prostoru.
4. Maticová reprezentace lineárního systému rovnic. Násobení matic, řešení lineárního systému rovnic pomocí inverzní matice. Výpočet inverzní matice a) pomocí determinantů b) pomocí eliminační metody.
5. Pojem funkce, inverzní funkce. Základní vlastnosti funkcí (sudost/lichost, ohraničenost, definiční obor, obor funkčních hodnot, periodičnost, lokální extrémy), graf funkce. Základní funkce užívané v matematice (mocninná funkce, odmocninná funkce, exponenciální funkce, logaritmická funkce, sinus, kosinus, tangens, kotangens, arcsinus, arckosinus, arctangens, arckotangens) a jejich vlastnosti. Limita funkce.

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

6. Derivace funkce jedné proměnné. Algebraický, geometrický a fyzikální význam derivace. Pravidla pro výpočet derivace.

7. Aplikace derivace: intervaly monotonnosti, lokální extrémy funkcí, intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body funkcí. L'Hospitalovo pravidlo pro výpočet limity funkce. Sestrojení tečny ke grafu funkce.

8. Vyšetřování průběhu funkce (definiční obor; intervaly monotonnosti; intervaly konvexnosti a konkávnosti; asymptoty se směrnicí a bez směrnice; nakreslení grafu funkce).

9. Integrál funkce jedné proměnné. Pravidla pro výpočet neurčitého integrálu (základní vzorce, metoda per partes, substituční metoda).

10. Aplikace neurčitého integrálu při řešení diferenciálních rovnic[1] (příklad sestavení diferenciální rovnice; řešení obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu se separovatelnými proměnnými; představení různých typů úloh, které vedou na sestavení diferenciální rovnice).

11. Pravidla pro výpočet určitého integrálu (Newton-Leibnizova formule, metoda per partes, substituční metoda, nevlastní integrál).

12. Aplikace určitého integrálu: obsah plochy, objem rotačního tělesa, délka křivky.

13. Pojem posloupnosti. Limita a hromadné body posloupnosti. Nekonečné číselné řady.[2]

14. Kritéria konvergence nekonečných číselných řad. Relativní a absolutní konvergence, Leibnizova řada.

15. Mocninné řady, poloměr konvergence. Sečítání nekonečných řad ve funkci, rozvoj funkce v nekonečnou mocninnou řadu.

16. Role polynomů při aproximaci funkce (stejnosměrně konvergující posloupnost polynomů). Taylorův polynom, Taylorova řada.

Stručná osnova předmětu Matematika 2.

1. Funkce více reálných proměnných: limita, směrová derivace, parciální derivace, gradient. Rovnice tečné roviny k ploše v prostoru.

2. Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu.

3. Obyčejné diferenciální rovnice vyšších řádů – lineární s konstantními koeficienty.

4. Komplexní čísla. Funkce komplexní proměnné.

[1] Toto téma není v současném BMA1 – je zde navrženo k inovaci předmětu.

[2] Témata 13,14,15,16 této osnovy jsou navržena v inovovaném předmětu k přesunu až do druhého semestru výuky (do předmětu Matematika 2), společně s přepracováním osnovy předmětu Matematika 2 (důraz na nekonečné řady a řešení diferenciálních rovnic).

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

5. Cauchy-Riemannovy podmínky. Harmonická funkce.
6. Křivkový integrál v komplexním oboru, nezávislost na integrační cestě.
7. Singulární body komplexní funkce jedné proměnné. Reziduová věta.
8. Laplaceova transformace.
9. Zpětná Laplaceova transformace. Aplikace při řešení diferenciálních rovnic.
10. Fourierova řada.
11. Fourierova transformace.
12. Z-transformace.
13. Aplikace z-transformace při řešení diferenčních rovnic.

Na základě učebnice [13] pro vysoké školy technického směru navrhuji obsah předmětu Matematika 2 inovovat, aby byl větší důraz kladen na řešení diferenciálních rovnic a nekonečné řady. Návrh předpokládá současné omezení partií komplexních funkcí.

Stručná osnova předmětu Matematika 3.

1. Numerické řešení nelineární rovnice: metoda bisekce, iterační metoda, Newtonova metoda.
2. Interpolační polynom a splajn.
3. Metoda nejmenších čtverců.
4. Numerické derivování. Numerická integrace (složená lichoběžníková metoda, složená Simpsonova metoda).
5. Lineární obyčejné diferenciální rovnice 1.řádu – Eulerova metoda a její modifikace, Eulerova metoda pro systém.
6. Lineární obyčejné diferenciální rovnice 2.řádu – okrajová úloha. Metoda konečných diferencí v jedné dimenzi, metoda střelby jako kombinace převodu rovnice řádu dva na systém rovnic řádu jedna, Eulerovy metody pro systém a řešení nelineární rovnice.
7. Kombinatorika, klasická pravděpodobnost, věta o úplné pravděpodobnosti.
8. Pravděpodobnostní modely: diskrétní a spojitá náhodná veličina. Základní pojmy a vlastnosti.
9. Statistické měření. Střední hodnota a rozptyl náhodných veličin.
10. Některé významné diskrétní veličiny: binomické a Poissonovo rozdělení pravděpodobnosti.

11. Některé významné spojité veličiny: exponenciální a normální rozdělení pravděpodobnosti. Distribuční funkce standardizovaného normálního rozdělení.

12. Náhrada binomického rozdělení normálním rozdělením s korekcí. Základní principy statistického testu. Test střední hodnoty binomického rozdělení. Test střední hodnoty průměru normálního rozdělení při známém rozptylu.

2 Středoškolská matematika potřebná pro matematické předměty bakalářského studia

Rychlé osnovy na VŠ.

Vysokoškolské studium se děje podle časově mnohem přísnějších osnov, takže není možné mnohé věci opakovat tak dlouho, až jsou nové pojmy procvičeny dostatečně.

2.1 Na co dát důraz na střední škole

Poznámka 2.1. Ucelená řada učebnic matematiky pro gymnázia. Obsah střední školy (mám na mysli čtyřleté studium na střední škole zakončené maturitou) je dobře určen učebnicemi Matematika pro gymnázia (řada [1] až [11] jedenácti učebnic vydaná poprvé v letech 1992-1997 v nakladatelství PROMETHEUS).

Učit matematiku a fyziku jako jeden předmět?

Při přemýšlení o výuce matematiky na střední a vysoké škole je důležité zajistit návaznost ve studiu jednotlivých předmětů mezi SŠ a VŠ. Při výuce matematiky je důležitá motivace studentů, kteří mají u jednotlivých matematických metod a postupů otázky typu „k čemu mi to bude“, „k čemu je to dobré“, apod. Motivace – vědět proč se něco student učí – je důležitou součástí při výuce matematiky i fyziky. Jedním ze způsobů, jak posílit motivaci v předmětech matematika a fyzika, je učit je v jednom společném rámci – vyučovat fyziku (jako pokus odhalit podstatu přírodních zákonitostí), a používat přitom matematiku jako nástroj v těch metodách, které zrovna fyzika potřebuje využít.

Učit matematiku „roztroušeně“ v rámci fyziky?

Tento přístup má samozřejmě i své slabiny. Silnou stránkou prezentace matematiky na střední škole je systematický přehled, který je studentovi poskytován: nejprve se učí vlastnosti lineární funkce, potom vlastnosti lineárně lomené funkce, potom vlastnosti kvadratické funkce, potom vlastnosti libovolné racionální funkce (= podílu dvou polynomů), atd. Tento přístup umožňuje studentovi fixovat věci v paměti, chápat vzájemné vztahy, nikoli jednotlivosti. Pokud by tento výklad funkcí a jejich vlastností byl přerušován partiemi z fyziky, hrozí zde to, že student by neměl příslušný matematický nadhled či přehled (matematika by sice měla stejnou systematickou strukturu, ale jednotlivé části jejího systematického výkladu by byly „vnořeny“ do výkladu fyziky)[3].

Poznámka 2.2. Doporučená vysokoškolská učebnice fyziky. Spojení obou předmětů do jednoho výukového rámce je do velké míry realizováno v učebnici [12], která je dnes doporučována jako učebnice fyziky pro první ročník vysoké školy technického směru, ovšem výklad je zde veden elementárním způsobem za použití středoškolských prostředků (pokud tedy považujeme nástroj derivování a integrování za středoškolský prostředek – toto jsou nejnáročnější pojmy, které jsou ve výkladu použity[4]). V této učebnici jsou prezentovány jednotlivé partie fyziky, a na metody matematiky se zaměřuje pozornost tehdy,

[3] Zabránit roztříštěnosti či nesystematičnosti výkladu matematických pojmů při takto pojaté výuce lze například vytvořením databáze všech důležitých matematických vzorců a postupů, která by studentům byla k dispozici – tato databáze matematických metod by mohla být pojata zcela systematicky, takže studenti by si mohli libovolnou partii a její souvislost s jinými partiemi vždy znovu připomenout.

[4] Možná námitka: pokud v nových celostátních maturitách z matematiky, alespoň v obtížnější verzi, nebude pamatováno na okruh derivování a integrace v jistém rozsahu (stanoveném například středoškolskou učebnicí [10]), toto téma bude podceňováno ze strany výuky na SŠ.

Odpověď na tuto námitku: Podle současného pojetí výuky na SŠ a platných předpisů a směrnic je když jsou tyto potřeba. Nabízí se myšlenka učit fyziku na základě této dobré učebnice, a doplň ji partiemi z matematiky na základě učebnic matematiky pro gymnázia z nakladatelství Prometheus.

Učit na střední škole odpor vzduchu?

Ilustrace dokumentující kvalitu uvedené učebnice [12]: vyučující mluví o volném pádu člověka z letadla, a zvedne ruku jeden student a ptá se: Jaký je odpor vzduchu při tom pádu? Ten přece nemůžeme zanedbat. Vyučující nesouhlasí a napomíná studenta, že odpor vzduchu v tomto případě zanedbáváme. Potom v průběhu všech čtyř ročníků studia fyziky daný vyučující při diktování každého příkladu nezapomene podotknout: „… a pro (jméno daného studenta) – odpor vzduchu zanedbáváme“.

Je ovšem jasné, že při seskoku člověka z letadla (či pádu tělesa v atmosféře) odpor vzduchu zanedbatelný není. Naopak je tak velký, že od jistého okamžiku se už rychlost pádu nezrychluje, ale zůstává přibližně stejná. Učebnice [12] obsahuje příklady, které tuto skutečnost berou v úvahu.

Poznámka 2.3. Příklad vnoření osnovy matematiky do výkladu fyziky.

F1: Měření jednotek. Označení kilometr, megametr, gigametr, terametr, a na druhou stranu označení malých jednotek milimetr, mikrometr, nanometr, pikometr (Ma+Fy str.01). Převod hodin na minuty a opačně, převod metrů za sekundu na kilometry za hodinu a opačně (naučit odvození, nikoli vzoreček).

Opakování 01: Opakování za úvodní kapitolou není nutné, protože ještě není co opakovat.

F2: Pohyb tělesa po přímce. Přímočarý pohyb, poloha a posunutí (Ma+Fy str. 02 – souřadný systém), průměrná rychlost (vysvětlení na grafu funkce udávající závislost polohy x tělesa na čase t (Ma+Fy str.03 – dovednosti: přečtení hodnoty z grafu funkce; průměrná rychlost je podílem dvou odvěsen trojúhelníka, který vznikne na obrázku grafu funkce)). Objeví se matematické pojmy: pravoúhlý trojúhelník (Ma+Fy str.04 – podíl odvěsen je funkcí sklonu přímky, nikoli pouze vlastností konkrétního trojúhelníka), funkce sinus, cosinus, tangens, cotangens (zatím zavedeny pouze pro ostrý úhel), přímka, směrnice přímky (Ma+Fy str.05), sečna. Výpočet průměrné rychlosti přímočarého pohybu (průměrná rychlost = směrnice sečny ke grafu funkce (viz též graficky znázorněný příklad: Ma+Fy str.06)).

M1: Goniometrické funkce ostrého úhlu. Základní hodnoty goniometrických funkcí pro úhly o velikostech 0, 30, 45, 60, 90 stupňů (práce s úhloměrem), procvičení těchto hodnot. Využití v pravoúhlém trojúhelníku. Pythagorova věta (Ma+Fy str.05: vydělením Pythagorovy věty délkou přepony dostaneme známý vztah $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$).

M2: Rovnice přímky. Směrnicový tvar rovnice přímky, kreslení grafů přímek a určování rovnice přímky ve směrnicovém tvaru.

zahrnutí derivace jako nástroje pro získání směrnice tečny a integrace jako inverzního procesu zcela v kompetenci vyučujícího matematiky na SŠ.

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

F3: Okamžitá rychlost. Objeví se matematické pojmy: limita (Ma+Fy str.08: algebraický význam derivace), tečna, derivování (Ma+Fy str.09: Geometrický význam derivace), integrování (Ma+Fy str.10: integrace jako proces opačný k derivování). Fyzikální význam derivace: derivace je okamžitá rychlost změny jisté veličiny (derivace je představena jako nástroj potřebný při výpočtu okamžité rychlosti), určitý integrál z rychlosti změny veličiny je roven rozdílu množství této veličiny v okamžicích $t = b$ a $t = a$ (např. určitý integrál z rychlosti $v(x)$ je roven velikosti dráhy při přímočarém pohybu tělesa).

M3: Derivace. Využití definice pro výpočet derivace (= procvičení pojmu limity (Ma+Fy str.11: výpočet derivace funkce t^2 z definice), základní vzorce a pravidla pro výpočet derivace (Ma+Fy str.12: shrnutí a příklad k pojmu derivace). Rovnice tečny ke grafu funkce s využitím derivace. Derivace složené funkce. Příklad jedoucího výtahu (Ma+Fy str.13: graf závislosti rychlosti na čase, Ma+Fy str.14: geometrický význam určitého integrálu z rychlosti = délka dráhy). (Ma+Fy str.15: Newton-Leibnizova formule = vztah mezi určitým integrálem a derivací)

F4: Zrychlení. Průměrné zrychlení, okamžité zrychlení přímočarého pohybu (Ma+Fy str.17: jedná se o další fyzikální aplikaci pojmu derivace – okamžité zrychlení v daném čase je rovno druhé derivaci závislosti dráhy na čase; Ma+Fy str.18: příklad zrychlení při pohybu výtahu; Ma+Fy str.19: lidské tělo vnímá zrychlení, nikoli rychlost; Ma+Fy str.20: příklad získání informací o rychlosti a zrychlení z funkce závislosti dráhy na čase; Ma+Fy str.21: grafy funkcí dráhy, rychlosti a zrychlení z uvedeného příkladu).

F5: Rovnoměrně zrychlený pohyb. a) Klasický postup odvození vzorců pro rychlost a polohu (Ma+Fy str.22). b) Odvození vzorců pomocí diferenciálního počtu (Ma+Fy str.23, Ma+Fy str.24). Ma+Fy str.25, Ma+Fy str.26: příklady na rovnoměrně zpomalený pohyb využívající rovnici pro rychlost a rovnici pro dráhu pohybu.

F6: Vrh svislý. Tíhové zrychlení g (Ma+Fy str.19: tíhové zrychlení). Ma+Fy str.27: orientace při svislém vrhu. Ma+Fy str.28: příklad na volný pád. Ma+Fy str.29: příklady – volný pád z vrtulníku, svislý vrh vzhůru baseballového míče.

F7: Elementární částice. Pohyb v mikrosvětě: atomy, protony, neutrony, elektrony, leptony, pozitrony, kvarky (Ma+Fy str.30, Ma+Fy str.31, Ma+Fy str.32: struktura a pohyb na atomární úrovni).

Opakování 02: Otázky k opakování výukového celku „přímočarý pohyb“: Ma+Fy str.33, Ma+Fy str.34, Ma+Fy str.35 (přehled obsahu cvičení k tomuto celku: Ma+Fy str.36).

M4: Vektory. (Ma+Fy str.37: představení vektorové veličiny; Ma+Fy str.38: příklad pohybu v přírodě ilustrující vhodnost zavedení souřadného systému a popisu posunutí pomocí vektorů) Sčítání (Ma+Fy str.39; vlastnosti sčítání vektorů: Ma+Fy str.40: komutativita a asociativita sčítání vektorů; Ma+Fy str.41: nulový vektor, opačný vektor, odčítání vektorů) a násobení vektoru skalárem (Ma+Fy str.42), rozklad vektoru na kolmé složky (pro vektory je zde fyzikální motivace – výpočet práce při posunutí tělesa rozkladem síly na rovnoběžnou a kolmou složku ... Ma+Fy str.43, Ma+Fy str.44).

M5: Goniometrické funkce jakéhokoli úhlu. Stupňová a oblouková míra (Ma+Fy str.45: vztažný směr úhlů), funkce $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{tg}x$, $\mathrm{cotg}x$). Motivace rozšíření goniometrických funkcí na tupé úhly: je potřeba vyjádřit odchylku mezi vektory, která může být větší než devadesát stupňů (či odchylku vektoru od severu či jiného pevně udaného směru). Ma+Fy str.46, Ma+Fy str.47: rozšíření goniometrických funkcí na celou reálnou osu. Ma+Fy str.48: oblouková míra úhlů, přímý a plný úhel. Ma+Fy str.49: důležité úhly obloukové míry, graf funkce sinus (je vhodné koupit pravítko na kreslení grafů). Ma+Fy str.50: vlastnosti funkce $\sin x$. Ma+Fy str.51: vlastnosti funkce $\cos x$. Ma+Fy str.52: graf a vlastnosti funkce tangens.

M6: Souřadnice vektoru. (Ma+Fy str.53: zavedení souřadnic vektoru; Ma+Fy str.54: jednotkové vektory ve směru souřadných os; Ma+Fy str.55: pravotočivý souřadný systém v prostoru; Ma+Fy str.56: velikost vektoru) Sčítání, násobení a rozklad vektoru algebraicky pomocí souřadnic (motivace: chceme matematicky popsat geometrickou polohu vektorů – Ma+Fy str.57, Ma+Fy str.58).

M7: Skalární a vektorový součin vektorů. Motivací pro skalární součin (Ma+Fy str.59: definice; Ma+Fy str.60: využití skalárního součinu ve fyzice; Ma+Fy str.61: příklad) je už uvedený výpočet práce při posunutí tělesa, motivací pro vektorový součin je moment síly vzhledem k ose otáčení[5] (Ma+Fy str.62, Ma+Fy str.63, Ma+Fy str.64). Ma+Fy str.65: výpočet vektorového součinu pomocí velikostí vektorů; Ma+Fy str.66: výpočet vektorového součinu pomocí souřadnic a pomocí determinantu. Příklady: Ma+Fy str.67, Ma+Fy str.68.

Opakování 03: Otázky k opakování výukového celku „vektory“: Ma+Fy str.69, Ma+Fy str.70 (přehled obsahu cvičení k tomuto celku: Ma+Fy str.71).

M8: Přímka v rovině. Parametrické (Ma+Fy str.78) a obecné (Ma+Fy str.79) vyjádření přímky v rovině (motivací je následující oddíl F8).

F8: Pohyb tělesa v prostoru. (Ma+Fy str.72: poloha a posunutí v prostoru; Ma+Fy str.73: příklad) Průměrná a okamžitá rychlost (Ma+Fy str.74, Ma+Fy str.75), souřadnice vektoru rychlosti (Ma+Fy str.76, Ma+Fy str.77). Průměrné a okamžité zrychlení (Ma+Fy str.80: vzorce + zadání příkladu využívající parametrický popis křivky dráhy částice). Vzorce jsou sice prezentovány v dimenzi 3, ale příklady se počítají pouze v rovině (v dimenzi 2). Konkrétní případ pohybu tělesa v prostoru (jedná se o dimenzi 2 – rovinu trajektorie vrhu) – Ma+Fy str.81: příklad. Ma+Fy str.82: rozdělení roviny na kvadranty. Další příklady: Ma+Fy str.83, Ma+Fy str.84, Ma+Fy str.85, Ma+Fy str.86.

[5] Celá kapitola 3 knihy [12] se tedy týká vektorů, ale uváděné motivace fyzikálního charakteru jsou vzaty z kapitoly 7 (skalární součin – výpočet vykonané práce při posunutí tělesa), a kapitoly 12 knihy [12] (vektorový součin – výpočet momentu síly vzhledem k ose otáčení)).

F9: Vrh šikmý. (vymezení pojmů: Ma+Fy str.87, Ma+Fy str.88, Ma+Fy str.89, Ma+Fy str.90) Dolet při šikmém vrhu (Ma+Fy str.95, Ma+Fy str.96). Příklady na dolet, doskok: Ma+Fy str.97, Ma+Fy str.98, Ma+Fy str.99, Ma+Fy str.100.

M9: Parabola. Matematický popis funkce reprezentující šikmý vrh (Ma+Fy str.91: vzorce pro šikmý vrh). Kreslení grafů kvadratické funkce: Ma+Fy str.92, Ma+Fy str.93, Ma+Fy str.94, Ma+Fy str.95.

F10: Pohyb po kružnici. Tato oblast je zajímavým fyzikálním příkladem pohybu ve dvorozměrném prostoru, a současně se zde využije několik důležitých matematických pojmů a technik: délka oblouku (Ma+Fy str.101), určení dostředivého zrychlení při rovnoměrném pohybu po kružnici (Ma+Fy str.102, Ma+Fy str.103). Při odvozování velikosti okamžitého zrychlení se opět využívá limitní proces, konkrétně je počítána limita

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1,$$

a sice je zmíněno l'Hospitalovo pravidlo při výpočtu limit (Ma+Fy str.104). Příklady na pohyb po kružnici: Ma+Fy str.105.

F11: Vzájemný pohyb těles. Vzájemný pohyb dvou těles na přímce (Ma+Fy str.106, Ma+Fy str.107, Ma+Fy str.108) a v rovině (Ma+Fy str.109, Ma+Fy str.110, Ma+Fy str.111). Zmínka o vzájemném pohybu při vysokých rychlostech (vzorec pro teorii relativity) – Ma+Fy str.112, Ma+Fy str.113, Ma+Fy str.114.

Opakování 04: Otázky k opakování výukového celku „pohyb v rovině a prostoru“: Ma+Fy str.115, Ma+Fy str.116 (přehled obsahu cvičení k tomuto celku: Ma+Fy str.117).

Atd. Uvedená osnova byla vytvořena na základě kapitol 1 až 4 učebnice [12].

Poznámka 2.4. Které partie středoškolské matematiky důkladněji probrat? Podívejme se nyní ještě jednou na osnovu předmětů Matematika 1,2,3 (zkráceně BMA1, BMA2, BMA3) s tím důrazem, které pasáže středoškolské matematiky jsou v těchto vysokoškolských kursech zejména potřeba:

- BMA1, témata 1 až 4 (strana 2): systémy lineárních rovnic jsou jednou z úloh, které je potřeba řešit jako součást analytické geometrie lineárních útvarů (přímek a rovin v prostoru). Pro SŠ je důležitým důrazem **učebnice číslo** [11] – **analytická geometrie**.

- BMA1, téma 5 (strana 2): toto téma je klíčovým tématem, na které může střední škola studenta připravit: **Matematika pro gymnázia – učebnice číslo** [3] **(funkce) a učebnice číslo** [7] **(goniometrické funkce).**

- BMA1, témata 6 až 12 (strana 3): pro technickou VŠ je dobré, aby střední škola položila základ pro toto téma: **učebnice pro gymnázia číslo** [10] – **diferenciální a integrální počet.**

- BMA2, téma diferenciálních rovnic: je dobré toto téma na SŠ prezentovat v minimální míře jako aplikaci neurčitého integrálu (aspoň provést řešení nejjednoduššího možného typu obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu se separovatelnými proměnnými).
- BMA2, téma nekonečných řad: Tomuto tématu se věnuje **učebnice pro gymnázia číslo** [8] **(posloupnosti a řady)**. Z hlediska vysoké školy není potřeba, aby se jím střední škola příliš zabývala, protože důležité pojmy posloupností a řad musí výuka na VŠ projít a prezentovat znovu.
- BMA3, témata 1 až 6 (strana 4): zde se nečeká, že by student střední školy měl nějaké povědomí o těchto věcech, i když i to je otázka do diskuse. Pokud střední škola má možnost či praxi využití počítačů ve výuce matematiky, je možné některé numerické metody prezentovat už na SŠ.
- BMA3, téma 7 (strana 4): S tímto tématem souvisí **učebnice** [4] **(kombinatorika, pravděpodobnost a statistika)**. Pro VŠ není klíčové, aby student SŠ věděl tyto věci, ovšem pokud téma je probráno na SŠ, je to pro VŠ pomocí.
- BMA3, témata 8 až 12 (strana 4): Nadstavba nad učebnicí [4], neočekává se, že by se student dozvěděl tyto věci na SŠ.

Poznámka 2.5. Shrnutí – důležité učebnice středoškolské matematiky. V rámci témat nutných pro technické vysoké školy je velmi dobré z řady učebnic pro gymnázia projít na střední škole učebnice [3], [4], [7], [8], [10] a [11]. Pokud je těchto šest učebnic stále hodně pro některé střední školy vzhledem k jejich prostoru pro výuku matematiky (mám na mysli jiné SŠ než školy gymnaziálního charakteru), lze ještě vypustit mnohé partie z učebnic [4] a [8] – takže **klíčový pro probrání na střední škole je obsah učebnic [3], [7], [10], [11].**

2.2 Na co dát menší důraz na SŠ

Matematika na SŠ selektivně?

Při pohledu na osnovy matematických předmětů na VŠ lze přijmout i jinou strategii pro výuku na SŠ – odučit co nejvíce věcí, na které už na vysoké škole nebude čas. Např. komplexní čísla, analytická geometrie, planimetrie, stereometrie jsou témata, kterým bude na vysoké škole věnováno minimum času. Vzhledem k tomu, že na některých technických vysokých školách se stále ještě učí předmět deskriptivní geometrie, je asi důležité nevypouštět z osnov témata planimetrie a stereometrie. Je to ovšem také otázka. Při tak velké specializaci vysokých škol – není lepší také na střední škole v matematice a fyzice se trochu specializovat? Možná bude platit, že méně je někdy více, a studenti si uvedené partie mohou doplnit právě při studiu na VŠ. Na základě tohoto přístupu navrhuji na SŠ omezit důraz učebnic [1], [2], [5], [6], [9].

Proč jistá matem. metoda na SŠ?

Při selektivnímu přístupu k výuce matematiky se nabízí otázka, proč zrovna některé partie matematiky vypustit a jiné ne? Například je dostatečným důvodem pro výuku některé matematické disciplíny fakt, že se tato vyskytuje na přijímací zkoušce na většinu vysokých škol? V odpovědi by mohly hrát roli ty matemetické metody, u nichž bude a) právě už na SŠ vysvětleno využití v jiné oblasti (otázka okamžité motivace při výuce), b) brána v potaz jejich důležitost pro eventuální další studium po absolvování SŠ. Na základě těchto dvou kritérií text, který právě čtete, navrhuje jiný přístup při výuce matematiky na SŠ než prezentaci hodně mnoha metod, jejichž praktické využití studenti neuvidí.

učebnice [1] – základní poznatky z matematiky. Čísla přirozená, celá, racionální, iracionální. Pravoúhlý trojúhelník a základní goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku – téma je součástí důležité učebnice [7]. Mocniny s přirozeným a celým exponentem. Množiny (práce s intervaly), zobrazení – opět je též součástí učebnice [3]. Mnohočleny a lomené výrazy. Elementární teorie čísel (největší společný dělitel, nejmenší společný násobek), základní poučení o výrocích a logice.

učebnice [2] – planimetrie. Trojúhelník, čtyřúhelník, kružnice, Euklidovy věty, mocnost bodu ke kružnici. Konstrukční úlohy trojúhelníků, čtyřúhelníků, kružnic. Osová souměrnost, středová souměrnost, posunutí, otočení, stejnolehlost. Tato témata jsou součástí matematické olympiády na středních školách, ale cílem středoškolského učitele by nemělo být věnovat se pěti procentům nejinteligentnějších žáků (ti si mohou doplnit vědomosti právě účastí v matematické olympiádě, které by mohl být na SŠ věnován nepovinný seminář), nýbrž položit podstatný základ matematiky pro 95 ostatních studentů.

učebnice [5] – komplexní čísla. Lze prezentovat až poté, co je tato oblast součástí např. některé fyzikální aplikace.

učebnice [6] – stereometrie. Vzájemná poloha dvou rovin (dvou přímek), odchylka přímek a rovin. Vzdálenost bodu od přímky. Středová a osová souměrnost v prostoru, rovinová souměrnost. Mnohostěny, objemy a povrchy těles. Důležité věci tohoto tématu jsou též součástí analytické geometrie (učebnice [11]).

učebnice [9] – rovnice a nerovnice. Rovnice jsou vzaty z různých oblastí matematiky. Není potřeba toto téma prezentovat tedy samostatně, protože potřebu učinit při řešení rovnice zkoušku lze prezentovat při konkrétních úlohách, až k tomu nastane jiná příležitost.

Je vidět, že důležitá témata učebnic [1], [6], [9] jsou vlastně už prezentována i ve čtveřici učebnic ([3], [7], [10], [11]) doporučovaných především (jedná se tedy o cykličnost výuky (s pozdějším opakováním a prohloubením tématu))[6]. Témata učebnic [2], [5] (a témata učebnic [4], [8] doporučovaných jen mírně) jsou témata specifických samostatných oblastí, jejichž obsah se nabízí nereprezentovat samostatně, ale pouze v omezené formě při využití dané metody v jiné oblasti.

[6]Tuto cykličnost je možné zajistit jinak – nikoli opětovným opakováným dané oblasti matematiky v jiném ročníku SŠ, ale opětovným opakováním těch metod, které jsou v motivačních fyzikálních úlohách znovu a znovu potřebné. Kostrou cyklické výuky pak není slovníkový přehled matematických metod, ale tematický přehled různých oblastí našeho fyzikálního světa – tím je zajištěna motivační složka výuky.

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3 Příprava k přijímacím zkouškám z matematiky

Poznámka 3.1. Podmínky přijímacích zkoušek na FEKT VUT a na FIT VUT. I na fakultách FEKT (Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií) a FIT (Fakulta informačních technologií) existují rozdíly mezi pojetím přijímací zkoušky:

- FEKT: Přijímací zkouška je složena ze dvou předmětů – povinně z matematiky, a druhý předmět zkoušky je volitelný (informatika či fyzika). V každém předmětu je předem stanovena minimální hranice, studenti musí tuto minimální hranici dosáhnout či přesáhnout (v předmětech matematika či fyzika je tato minimální hranice zpravidla 12 bodů z možných 50 bodů, tj. asi 25 procent zkoušených znalostí). Všichni studenti, kteří dosáhnou či přesáhnou tuto hranici, jsou doporučeni k přijetí[7].

  Otázky z matematiky mají různé bodové hodnocení podle obtížnosti příkladu. Pokud student vybere z pěti variant a),b),c),d),e) nesprávnou odpověď (či neodpoví vůbec), získává za tuto otázku 0 bodů. Samotný test z matematiky obsahuje 15 otázek testového typu – není nutné, aby student odevzdal výpočty jednotlivých příkladů, i když při uplatňování reklamace je toto pomocí.

- FIT: Přijímací zkouška je složena pouze z matematiky, tj. celý žebříček všech, co zkoušku píší, je sestaven pouze z výsledku testu z matematiky. Maximální počet bodů je 1000. Během přijímacích zkoušek je podle procenta přijímaných uchazečů určena bodová hranice, a všichni studenti, kteří přesáhnou tuto hranici, jsou doporučeni k přijetí (tato hranice je např. círka asi 450 bodů z možných 1000). Pokud student neodpoví na některou otázku, získává 0 bodů, pokud ovšem odpoví nesprávně, odečítají se mu v celkovém součtu body v rozsahu dvaceti procent bodů, které bylo možné získat za daný příklad. Samotný test z matematiky obsahuje 20 otázek testového typu. Není nutné, aby student odevzdal výpočty k jednotlivým příkladům, i když při uplatňování reklamace je toto pomocí.

3.1 Test z matematiky na přijímací zkoušce FEKT

okruh 01: Absolutní hodnota, iracionální rovnice. Ukázky příkladů:

Množina všech řešení rovnice $|x-2|+|x+2|=2x+2$ v oboru reálných čísel je

a) prázdná   b) $\mathbf{R}$

c) $\{1\}$ d) $\left\{1,-\frac{1}{2}\right\}$

e) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

2 b

Nerovnice $\sqrt{x^2+x-12}<x+4$ má řešení

a) všechna reálná x b) žádné x

c) $x<3$ d) $x\geq 3$

e) $x>-4$

2 b

---

[7]Toto doporučení k přijetí ještě musí schválit a potvrdit děkan fakulty – ten zpravidla souhlasí s přijetím doporučených studentů, pokud důvody kapacity vysoké školy či další důvody nevedou k jiné variantě.

Příklady s absolutní hodnotou obyčejně znamenají rozdělit reálnou osu na tolik částí, aby na každé z nich mohly být všechny absolutní hodnoty jednoznačně odstaněny, a pak na každé této části vyřešit danou rovnici či nerovnici.

okruh 02: Kuželosečky. Ukázky příkladů:

Rovnice elipsy se středem v bodě $S = [2, 1]$, velikostí hlavní poloosy $a = 7$ a velikostí vedlejší poloosy $b = 5$ je

a) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 12$ b) $\frac{(x-2)^2}{7} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1$
c) $\frac{(x-7)^2}{2} + \frac{(y-5)^2}{1} = 1$ d) $\frac{(x-2)^2}{49} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$
e) $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{49} = 1$

2 b

Rovnice paraboly, jejíž souřadnice y je kladná právě pro $x \in (1, 3)$, je

a) $y = (x-1)(x-3)$ b) $y = -x^2 + 4x - 3$
c) $y = (x+2)^2 - 7$ d) $(x-1)^2 - (y-3)^2 = 1$
e) žádná z předchozích variant

2 b

Z příkladů je vidět, že po studentech je žádána znalost rovnice kružnice, elipsy, hyperboly a paraboly v základním tvaru (u hyperboly též ten tvar, kdy je hyperbola grafem lineárně lomené funkce $y = \frac{ax+b}{cx+d}$).

okruh 03: Kvadratické rovnice. Ukázky příkladů:

Rovnice $x^2 + ax + 4 = 0$ má právě jedno řešení pro

a) $a = 0$ b) $a = 2$
c) $a = -2$ d) $a \in (-4, 4)$
e) $a = \pm 4$

2 b

Řešením nerovnice $\frac{1}{2x} - \frac{1}{3} > \frac{1}{6} + \frac{1}{x}$ je

a) $x < -1$ b) $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
c) $x > 1$ d) $x \in (-1, 0)$
e) $x \in (-1, 1)$

2 b

Řešením nerovnice $x^2 - 3x \leq 0$ je

a) $x \in \mathbf{R}$ b) $x \leq 0$
c) $|x| \leq 3$ d) $x \in \langle 0, 3 \rangle$
e) nemá řešení

2 b

---

okruh 04: Úprava algebraických výrazů (2 příklady).

Výraz $\sqrt{y} \cdot \sqrt[3]{y^{-2}} \cdot \sqrt[6]{y^3}$ je pro $y > 0$ roven

a) $\sqrt[6]{y}$ b) $\sqrt[3]{y}$
c) $y\sqrt{y}$ d) $\sqrt{y^{-1}}$
e) $-\sqrt[6]{y}$

2 b

$\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b^3}}}\sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}} =$

a) a^6 b) $\sqrt[6]{a}$
c) a^{-6} d) $\sqrt[6]{b}$
e) b^6

2 b

$\left(1-\frac{x}{x+1}\right) : \frac{x+1}{x-1} =$

a) $\frac{1}{x+1}$ b) $\frac{1}{1-x}$
c) $\frac{x-1}{x+1}$ d) $\frac{x-1}{(x+1)^2}$
e) $-\frac{1}{x+1}$

2 b

okruh 05: Posloupnosti a kombinatorika. Ukázky příkladů:

Geometrická posloupnost, která má $a_1 = 2$ a kvocient $q = -1$, má dvacátý člen

a) 12 b) -2
c) -24 d) 24
e) 2

3 b

Součet všech sudých čísel od 2 do 100 je

a) 1250 b) 2550
c) 5050 d) 2500
e) 1800

3 b

Kolik různých trojúhelníků je možné sestrojit, vybíráme-li jejich vrcholy z pěti různých bodů, z nichž žádné tří neleží na jedné přímce?

a) 5 b) 6
c) 8 d) 10
e) 12

3 b

okruh 06: Exponenciální a logaritmické funkce a rovnice (2 příklady) Ukázky příkladů:

Nerovnice $3^{\log_3 y^3} < 1$ má řešení

a) $y > 1$ b) $0 < y < 1$
c) $y < -1$ d) $|y| > 1$
e) $|y| < 1$

3 b

$\log \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{5}} =$

a) $\frac{1}{12}(1+\log 2)$ b) $-\frac{1}{12}\log 5$
c) $\frac{1}{12}\log 5$ d) $\log 5$
e) $-\log\sqrt{5}$

3 b

Řešením nerovnice $2^x > 1$ jsou právě všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která platí

a) $x > 2$ b) $x > 3$
c) $x > \log_2 2$ d) $x > 0$
e) $x < 1$

3 b

---

okruh 07: Goniometrické funkce a rovnice (2 příklady). Ukázky příkladů:

Nejmenší perioda funkce $y = \mathrm{tg} 2x$ je

a) 3π b) 2π
c) π d) $\frac{\pi}{2}$
e) $\frac{\pi}{4}$

3 b

Je-li $\cos x = 0{,}1$, potom $\sin x =$

a) $0{,}9$ b) $\pm 0{,}9$
c) $\pm 0{,}3\sqrt{11}$ d) $|0{,}9|$
e) $0{,}3\sqrt{0{,}11}$

3 b

$\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) =$

a) $\sin x$ b) $\sin \frac{\pi}{6}$
c) $\cos x$ d) $\cos \frac{\pi}{6}$
e) $2 \sin \frac{\pi}{6}$

3 b

---

okruh 08: Analytická geometrie v rovině. Ukázky příkladů:

Rovnice přímky procházející bodem $A = [-2, 3]$ a počátkem je

a) $x + y - 1 = 0$ b) $3x + 2y = 0$
c) $2x + 3y = 0$ d) $3x - 2y = 0$
e) $x + 2y - 3 = 0$

5 b

Přímky o rovnicích $2x - 3y + 13 = 0$ a $3x + 2y - 12 = 0$ jsou

a) rovnoběžné různé b) rovnoběžné
c) kolmé d) totožné
e) mimoběžné

5 b

Soustava rovnic $2x - 3y + 2 = 0, x = \frac{3}{2}y$

a) má jedno řešení b) nemá řešení
c) má nekonečné mnoho řešení d) má dvě řešení
e) má řešení $(0, 0)$

5 b

---

okruh 09: Komplexní čísla. Ukázky příkladů:

Komplexní číslo $\frac{1-i}{1+i}$ je rovno

a) 1 b) i
c) $-i$ d) 0
e) -1

5 b

$i^{2009} =$

a) 1 b) i

c) -1 d) $-i$

e) 0

5 b

Je-li $z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^5$ komplexní číslo, pak jeho absolutní hodnota $|z| =$

a) 1 b) 2

c) 3 d) 4

e) 5

5 b

---

okruh 10: Analytická geometrie v prostoru. Ukázky příkladů:

Rovina rovnoběžná s $3x - 6y - 2z + 14 = 0$ a vzdálená 3 jednotky je

a) $3x - 6y - 2z + 11 = 0$ b) $3x - 6y - 2z + 7 = 0$

c) $3x - 6y - 2z = 0$ d) $3x - 6y - 2z - 7 = 0$

e) $3x - 6y - 2z - 10 = 0$

5 b

Vzdálenost přímek $p : x = 2+3t, y = -1+4t, z = 2t$; $q : x = 7+3s, y = 1+4s, z = 3+2s$ je rovna

a) 1 b) 2

c) 3 d) 4

e) 5

5 b

Rovina procházející bodem $A = [3, -1, 0]$ a kolmá na průsečnici rovin $x + y + z - 2 = 0, x + 2y - z - 1 = 0$ má rovnici

a) $3x - 2y - z + 11 = 0$ b) $-3x + 2y + z - 11 = 0$

c) $3x - 2y + z + 11 = 0$ d) $3x - 2y - z - 11 = 0$

e) $3x + 2y - z + 11 = 0$

5 b

---

okruh 11: Slovní úlohy. Ukázky příkladů:

Model konstrukce je v měřítku 1 : 10. Kolikrát těžší bude skutečná konstrukce z téhož materiálu?

a) $\sqrt{2}$krát b) 3krát

c) 10krát d) 100krát

e) 1000krát

5 b

Dvě čerpadla vyčerpají nádrž za 2 hodiny. Větší čerpadlo by samo nádrž vyčerpalo za 3 hodiny. Jak dlouho by čerpalo tuto nádrž menší čerpadlo?

a) 4 hod. b) 4 hod. 20 min

c) 5 hod. 30 min d) 6 hod.

e) 8 hod.

5 b

---

okruh 12: Planimetrie. Ukázky příkladů:

Poměr obsahu kruhu o poloměru r k délce jeho hraniční kružnice je

a) $\pi : r$ b) $r : \pi$
c) $2 : r$ d) $r : 2$
e) $2\pi : r$

5 b

Podstava čtyřbokého jehlanu má obsah 64 cm^2. Obsah řezu rovinou rovnoběžnou s podstavou v polovině výšky v je roven

a) nelze určit b) $\frac{64v}{3}$ cm^2
c) 32 cm^2 d) $\frac{64}{3}$ cm^2
e) 16 cm^2

5 b

Objem krychle vepsané do koule o průměru d je

a) $\frac{4}{3}\pi d^3$ b) $4\pi d^2$
c) d^3 d) $3^{\frac{3}{2}} d^3$
e) $3^{-\frac{3}{2}} d^3$

5 b

Nový trend v přijímací zkoušce FEKT?

Co by mohlo být tím novým trendem v přípravě přijímacích zkoušek FEKT, pokud vůbec budou potřeba při klesajícím počtu studentů středních škol? Dobrou změnou by mohlo být podřídit obsah přijímacích zkoušek také selekci témat, podobně jako v učivu střední školy – místo zmiňovaných dvanácti okruhů dosud na FEKT aktivních použít jenom ty, které přímo zdůrazňují témata důležitá pro vysokou školu (viz 2.1):

1. Fukce kvadratické, lineárně lomené, mocninné, exponenciální a logaritmické (4 příklady).
2. Kombinatorika a pravděpodobnost (2 příklady).
3. Goniometrické funkce (2 příklady).
4. Posloupnosti a řady (2 příklady).
5. Diferenciální a integrální počet (2 příklady či otázky).
6. Kuželosečky, analytická geometrie v rovině i v prostoru (3 příklady).

Následující test z matematiky je příkladem testu pro přijímací zkoušky, který by oproti stávajícím okruhům lépe komunikoval, jaké středoškolské znalosti považuje daná vysoká škola (v tomto případě FEKT) za důležité pro své budoucí studenty.[8]

[8] Poznámka pro ty, kterým se bude zdát následující test příliš náročný: např. na fakultě FEKT VUT je sice předmět Matematika 1 pojat jako předmět vyrovnávající znalosti středoškolských studentů, ale už v prvním týdnu výuky v jiných předmětech (např. teoretická elektrotechnika) je celý obsah předmětu Matematiky 1 včetně integrálů a derivací zhruba zopakován a dále se přepokládá, že studenti rozumí souvislostem matematiky a dovedou uvedené nástroje užívat při studiu. Když vysoká škola tedy očekává znalosti derivace a integrace už v prvním týdnu studia, nebylo by od ní čestné, aby to dala najevo minimálně v obsahu přijímacích zkoušek?

Příkladem návrhu nového pojetí přijímaček je následující test patnácti příkladů:

1. Pro reálnou funkci zadanou předpisem $y(x) = 1 - x^2$ platí $y(-2) =$

   a) -3 b) -1
   c) 1 d) 3
   e) 5

   3 b

---

2. Oborem H funkčních hodnot reálné funkce $y(x) = x^2 - 4x + 1$ je právě množina

   a) $\langle -4; \infty)$ b) $\langle -3; \infty)$
   c) $\langle -1; \infty)$ d) $\langle 0; \infty)$
   e) $\langle 1; \infty)$

   3 b

---

3. Reálná funkce $y(x) = x^5$ je funkce

   a) klesající i lichá b) rostoucí i sudá
   c) klesající i sudá d) rostoucí i lichá
   e) rostoucí, ale není ani sudá, ani lichá

   3 b

---

4. Řešením rovnice $e^{x-2} = 5$ v reálném oboru je

   a) $x = 3$ b) $x = \ln 5$
   c) $x = \ln 7$ d) $x = 2 + \ln 5$
   e) $x = e^5$

   3 b

---

5. Funkce $y(x) = \cos x$ nabývá lokálního maxima například v bodě

   a) $x = \frac{247\pi}{2}$ b) $x = \frac{248\pi}{2}$
   c) $x = \frac{249\pi}{2}$ d) $x = \frac{250\pi}{2}$
   e) $x = 1$

   3 b

---

6. Definičním oborem D a oborem H hodnot funkce $f(x) = 1 + \arcsin(2x)$ v reálném oboru jsou právě

   a) $Df = \langle \frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \rangle$, $Hf = \langle \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$ b) $Df = \langle -1; 1 \rangle$, $Hf = \langle \frac{-\pi+2}{2}, \frac{\pi+2}{2} \rangle$
   c) $Df = \langle \frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \rangle$, $Hf = \langle \frac{-\pi+2}{2}, \frac{\pi+2}{2} \rangle$ d) $Df = \langle -2; 2 \rangle$, $Hf = \langle \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$
   e) $Df = \langle -2; 2 \rangle$, $Hf = \langle \frac{-\pi-2}{2}, \frac{\pi+2}{2} \rangle$

   3 b

---

7. Limita z funkce reálné proměnné: $\lim_{x \to \infty} \operatorname{arctg}(x) =$

   a) ∞ b) π
   c) $\frac{\pi}{2}$ d) 1
   e) limita nexistuje

   4 b

---

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

8. Derivací funkce $y(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$ je funkce $y' =$

   a) $1 \cdot e^{\frac{1}{x}}$ b) $e^{\frac{1}{x}} + x \cdot e^{\frac{1}{x}}$
   c) $e^{\frac{1}{x}} + x \cdot e^{-\frac{1}{x^2}}$ d) $e^{\frac{1}{x}} + x \cdot e^{\frac{1}{x}} \cdot \ln x$
   e) $e^{\frac{1}{x}} \cdot (1 - \frac{1}{x})$

   4 b

---

9. Funkce zadaná předpisem $y(x) = x^3 - 3x + 6$ je klesající na intervalu

   a) $\langle 0; 3 \rangle$ b) $\langle 3; 6 \rangle$
   c) $\langle 1; \infty \rangle$ d) $\langle -1; 1 \rangle$
   e) $\langle -3; 0 \rangle$

   4 b

---

10. $\int \frac{1}{(5-3x)^2}\, dx =$

   a) $\frac{1}{5-3x} + c$ b) $\frac{-1}{5-3x} + c$
   c) $\frac{1}{15-9x} + c$ d) $\frac{-1}{15-9x} + c$
   e) $\frac{1}{(5-3x)^3} + c$

   4 b

---

11. Obecným řešením diferenciální rovnice $y'(x) = x \cdot y(x)$ je reálná funkce

   a) $k \cdot x \cdot e^{2x}$ b) $k \cdot e^{2x}$
   c) $k \cdot e^{-2x}$ d) $k \cdot e^{\frac{x^2}{2}}$
   e) $k \cdot e^{\frac{-x^2}{2}}$

   4 b

---

12. Obsah plochy ohraničené osou x a grafem funkce $y = \sin x$ na intervalu $\langle 0; \pi \rangle$ je

   a) $\frac{\pi}{2}$ čtverečních jednotek b) $\frac{\pi}{4}$ čtverečních jednotek
   c) π čtverečních jednotek d) 1 čtvereční jednotka
   e) 2 čtvereční jednotky

   4 b

---

13. Rovnice elipsy se středem v bodě $S = [2, 1]$, velikostí hlavní poloosy $a = 7$ a velikostí vedlejší poloosy $b = 5$ je

   a) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 12$ b) $\frac{(x-2)^2}{7} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1$
   c) $\frac{(x-7)^2}{2} + \frac{(y-5)^2}{1} = 1$ d) $\frac{(x-2)^2}{49} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$
   e) $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{49} = 1$

   5 b

---

14. Vektor kolmý k přímce o rovnici $3x + 4y - 5 = 0$ je například vektor

   a) $\vec{v} = (3, 4)$ b) $\vec{v} = (-3, 4)$
   c) $\vec{v} = (4, 3)$ d) $\vec{v} = (-4, 3)$
   e) $\vec{v} = (-4, -3)$

   5 b

---

15. Rovina rovnoběžná s rovinou $3x - 6y - 2z + 14 = 0$, která má od ní vzdálenost 3, má rovnici
    a) $3x - 6y - 2z + 11 = 0$ b) $3x - 6y - 2z + 7 = 0$
    c) $3x - 6y - 2z = 0$ d) $3x - 6y - 2z - 7 = 0$
    e) $3x - 6y - 2z - 10 = 0$ 5 b

3.2 Test z matematiky na přijímací zkoušce FIT

Podívejme se ještě nyní krátce na přijímací zkoušky na fakultě FIT, a sice na některé tematické celky, které jsou zde navíc oproti FEKT.

(Obrazce na konci řádků skrývají bodové hodnocení příkladu – v kruhu je bodové hodnocení při správné odpovědi, ve čtverci je záporné ohodnocení při zaznačené nesprávné odpovědi.)

přidaný okruh FIT 01: Určování věku – slovní úloha.

Máše je 24 let. Má dvakrát tolik let, jako bylo Dáše, když Máše bylo tolik let, jako je Dáše dnes. Kolik let je Dáše?

a) 12 b) 14 50
c) 16 d) 18 $\boxed{-10}$
e) 20

Věk vrátného je o 11 let vyšší než dvojnásobný počet schodů do sklepa. Vynásobíme-li desetinu jeho věku čtvrtinou počtu schodů, dostaneme věk manželky vrátného, která se dožila $\frac{4}{5}$ nynějšího věku svého manžela. Kolika let se dožila manželka vrátného?

a) 56 b) 60 50
c) 68 d) 70 $\boxed{-10}$
e) 75

---

přidaný okruh FIT 02: Logické úlohy. Ukázky příkladů:

V krabici jsou předměty různých vlastností. Víme, že všechny krychle jsou modré a že některé modré předměty jsou duté. Jaký závěr ohledně předmětů v krabici z těchto informací můžeme vyvodit?

a) Žádná krychle není dutá. b) Některé krychle jsou duté. 50
c) Všechny krychle jsou duté. d) Všechny duté předměty jsou modré. $\boxed{-10}$
e) Žádné z předchozích tvrzení z uvedených předpokladů neplyne.

V krabici jsou předměty různých vlastností. Víme, že žádný kovový předmět není šedý a všechny předměty tvaru válce jsou šedé. Jaký závěr ohledně předmětů v krabici z těchto informací můžeme vyvodit?

a) Žádný válec není kovový.
b) Aspoň jeden válec je kovový.
c) Všechny válce jsou kovové.
d) Všechny kovové předměty mají tvar válce.
e) Žádné z předchozích tvrzení z uvedených předpokladů neplyne.

50 $\boxed{-10}$

---

přidaný okruh FIT 03: Operátorové úlohy. Ukázky příkladů:

Operace $\oplus$ je definována jako $a \oplus b = a + 2ab$. Čemu je rovno $4 \oplus x$, jestliže $x \oplus 4 = 9$?

a) 45/8
b) 45/4
c) 9
d) 10
e) 12

80 $\boxed{-16}$

Operace $\ominus$ je definována jako $\ominus a = 2 - 3a$. Určete x, víme-li, že $\ominus \ominus x = 2$.

a) -2/3
b) -1/3
c) 0
d) 1/3
e) 2/3

80 $\boxed{-16}$

---

přidaný okruh FIT 04: Sjednocení a průnik. Ukázka příkladu:

Ve třídě je 20 studentů, kteří studují němčinu nebo italštinu, z toho italštinu studuje 15 z nich a němčinu jen 12 z nich. Kolik studentů je tak aktivních, že studuje němčinu i italštinu současně v daném ročníku?

a) 3
b) 7
c) 10
d) 12
e) 15

50 $\boxed{-10}$

---

4 Vyrovnání znalostí studentů prvního ročníku VŠ

- S vyrovnáváním znalostí by se mělo začít už ve výuce na střední škole. I v matematice platí, že veškeré znalosti spíše studenta zahltí – výuka nutně musí být selektivní. Spíše než slovníkově vyučovat všechny možné metody je důležité seznámit jej s důležitými aplikacemi matematických metod, učit jej myslet při řešení úloh, seznámit jej s některými hlubšími souvislostmi matematiky a jiných disciplín. Na toto téma bylo řečeno mnohé v oddílu 2.1.

- K vyrovnání znalostí studentů musí sloužit také přijímací zkouška – proč by tato zkouška neměla obsahovat mnohé věci, které daná vysoká škola považuje za podstatné u svých studentů? Více viz str. 18.

- K vyrovnání znalostí studentů na VŠ: pokud by se koncepce středních škol podřídila návrhu v kapitolce 2.1, tak vlastně první semestr VŠ by byl zbytečný, protože by jej všichni znali na základě středoškolských učebnic [10] a [11]!! Protože ale tato situace zatím není realitou, celý první semestr slouží k vyrovnání znalostí studentů.

Je otázkou, zda je možné doučit během prvního semestru na technické VŠ to, co je v technických předmětech z matematiky důležité. Nicméně na FEKT je pro tento účel zřízen předmět Matematický seminář s hodinovou dotací dvě hodiny týdně. Slabinou tohoto předmětu je to, že je nepovinný, studenty tedy nic nenutí si předmět zapsat, pokud si místo něj zvolí například Fyzikální seminář či Elektrotechnický seminář. Na studenta je v této chvíli kladen požadavek, aby sám zvážil, ve kterém z uvedených tří předmětů (matematika, fyzika, elektrotechnika) má největší mezery, a tento „doučovací kurs“ si zvolil.

K vyrovnání znalostí tedy nutně slouží i předmět Matematika 1, který je povinný pro všechny s dotací 4 hodin přednášky týdně a 2 hodin cvičení týdně. V tomto předmětu, pokud pomineme mírný úvod do teorie nekonečných řad, je vyučováno v podstatě vše, co je obsahem učiva mnohých středních škol a gymnázií, tj. analytická geometrie (respektive spíše vektorový počet, s důrazem na řešení systému lineárních rovnic) a diferenciální a integrální počet funkce jedné reálné proměné.

4.1 Vyrovnání znalostí v předmětu Matematický seminář

K předmětu Matematický seminář existuje elektronický text [14] (doporučuji jeho otevření na uvedené internetové adrese), který je k dispozici pro výuku. Uvedená osnova má třináct témat, a to určuje i přibližné rozdělení těchto témat do třinácti týdnů semestru. Ikony v následující osnově a) zdůrazňují plnoprávné využití daného tématu pro podporu předmětu Matematika 1 (ikona „OK“); b) naznačují, že téma není v prvním semestru klíčové, a tedy naň není kladen takový důraz (ikona „ruka“); c) upozorňují, že dané téma je probíráno spíše ve vyšších semestrech, a tedy důraz na zopakování lze spíše uplatnit před započetím vyššího semestru (ikony „BMA2“, „BMA3“).

Stručná osnova předmětu Matematický seminář.

Téma 4.1. Základní pojmy matematické logiky a teorie množin: Elementy matemetické logiky, základní operace s množinami, axiomy, definice, věty a důkazy. Toto téma je jakýmsi úvodem do vysokoškolského přístupu k matematice, je ovšem otázka, do jaké míry je potřeba, když v současné době se od matematického výkladu ve stylu definice – věta – důkaz – poznámka na technických vysokých školách upouští.

Téma 4.2. Vektorová algebra a analytická geometrie: základní operace s vektory, přímka v rovině, přímka a rovina v prostoru, kuželosečky v rovině. Jedná se o klíčové téma analytické geometrie. toto téma sice koresponduje s lineární algebrou předmětu Matematika 1 (např. při zjišťování vzájemné polohy dvou rovin v prostoru řešíme soustavu dvou lineárních rovnic o třech neznámých), ovšem řešení systémů lineárních rovnic v BMA1 už není motivováno přímo analytickou geometrií, nýbrž spíše potřebami elektrotechniky.

Téma 4.3. Úpravy algebraických výrazů (mocniny a zlomky), iracionální rovnice, rovnice s parametrem, exponenciální a logaritmické rovnice. Téma by mělo zopakovat základní vzorce algebraických úprav matematických výrazů. Z exponenciálních a logaritmických orvnic jsou důležité jen ty nejjednodušší typy, např. $\ln x = 1$, apod.

Téma 4.4. Soustavy lineárních rovnic, Gaussova eliminační metoda. Toto téma silně podporuje obsah prvního týdne v předmětu Matematika 1 – jedná se o další možnost procvičení řešení lineárního systému rovnic Gaussovou eliminační metodou. Přímo v textu skript [15] (strana 31) k tomuto předmětu je vysvětlena Gaussova eliminace bez použití matic (rovnice jsou uváděny v blocích pod sebou a jsou vypsány kompletně, včetně označení neznámých). To je vynikající motivační příklad. Pak lze procvičit další věci předmětu Matematika 1 související s tímto tématem.

Téma 4.5. Řešení nerovnic: operace s nerovnicemi, lineární nerovnice, kvadratické nerovnice, nerovnice s absolutními hodnotami, iracionální nerovnice a soustavy nerovnic. Zde je připomenuta důležitá technika řešení nerovnic v součinovém a podílovém tvaru, speciálně kvadratické rovnice jsou řešeny i na základě názoru grafu funkce (jedná se o součást zjišťování definičních oborů funkce, toto řešení rovnic bude důležité při hledání intervalů, na nichž je funkce rostoucí (klesající)) či konvexní (konkávní).

Téma 4.6. Elementární funkce: lineární funkce, kvadratická funkce, mocninná funkce, lineární lomená funkce, exponenciální a logaritmická funkce. Klíčové téma doplňující znalosti o elementárních funkcích, vše bude použito v předmětu Matematika 1.

Téma 4.7. Vlastnosti funkcí jedné proměnné: vlastnosti a druhy funkcí, inverzní funkce, limita a spojitost funkce. Jedná se o procvičení a opakování pojmů: definiční obor funkce, obor funkčních hodnot, sudá funkce, lichá funkce, periodická funkce, ohraničená funkce, rostoucí funkce, neklesající funkce, nerostoucí funkce, klesající funkce, funkce prostá, funkce inverzní. Téma „limita a spojitost funkce“ má už přímo být opět doplněním předmětu Matematika 1, se svým náběhem na kreslení grafů funkcí, kde jsou důležité i tzv. nevlastní limity v konečných bodech či limity v nevlastních bodech $\pm\infty$.

Téma 4.8. Derivace funkce: geometrický a fyzikální význam derivace, výpočet derivace, l'Hospitalovo pravidlo. Toto téma opět přímo doplňuje předmět Matematika 1, jak v teoretické rovině odvození derivací inverzní funkce, tak v praktické rovině výpočtu derivací a jejich fyzikálního a geometrického významu. L'Hospitalovo pravidlo je uvedeno jako příklad využití derivace – a to konkrétně aplikace opět přímo v matematice, a sice na výpočet limity funkce.

Téma 4.9. Goniometrické fukce: oblouková míra, goniometrické funkce, goniometrické rovnice. Téma opakuje základní principy při práci s goniometrickými funkcemi. Speciálně ještě cyklometrické funkce (= funkce inverzní ke goniometrickým) je potřeba zmínit, ale ty v uvedeném elektronickém textu nejsou obsaženy [15] – jejich vysvětlení ovšem čtenář může najít přímo v textu Matematika 1 (str. 45-46). Důležitá je zde schopnost řešit základní goniometrické rovnice, např. $\sin x = \frac{1}{2}$, apod.

Téma 4.10. Integrál funkce jedné proměnné: primitivní funkce, určitý integrál. Téma přímo podporující základní vlastnosti neurčitého i určitého integrálu v předmětu Matematika 1.

Téma 4.11. Komplexní čísla: algebraický tvar komplexního čísla, goniometrický tvar komplexního čísla, Moivreho věta, řešení binomických rovnic v oboru komplexních čísel. Toto téma není v předmětu BMA1 přímo potřeba, jedná se o vlastnosti komplexních čísel, ke kterým se vrací předmět Matematika 2 ve druhém semestru.

BMA2 **Téma 4.12. Posloupnosti a řady: Aritmetická a geometrická posloupnost, nekonečná geometrická řada.** Pokud by bylo téma nekonečných řad z časových důvodů přesunuto do předmětu Matematika 2, tak problematika posloupností a řad bude mít své těžiště až ve druhém semestru.

BMA3 **Téma 4.13. Kombinatorika: permutace, variace, kombinace, binomická věta.** Téma potřebné pro předmět Matematika 3 (část „pravděpodobnostní modely").

Klíčovou motivací pro studenty, aby si Matematický seminář zvolili, je to, že tento předmět významně přispívá ke zvládnutí obsahu předmětu Matematika 1 – až do té míry, že i vyučující podřizují obsah předmětu Matematický seminář zejména zájmům předmětu Matematika 1 a procvičují ty partie, které je potřeba prohloubit a procvičit ve výuce Matematika 1.

4.2 Vyrovnání znalostí v předmětu Matematika 1

V následujícím textu je vymezen přehled základních znalostí a dovedností, o který vyučující předmětu Matematika 1 má usilovat, co se týká znalostí studentů. Podkladem je text [15][9] užívaný při výuce přednášky i cvičení tohoto předmětu. V následující analýze jsou rozlišeny a) zcela nutné znalosti, které vyžadovat u zkoušky (ikona „OK"); od b) volitelné partie,

[9] Doporučuji text otevřít na uvedené internetové adrese, stáhnout, uložit pod názvem „bma1.pdf" ve stejném adresáři ve svém počítači jako soubor, který právě čtete – za těchto předpokladů budou fungovat hypertextové odkazy v tomto textu.

jejichž znalost není nutné vyžadovat ke zkoušce BMA1 (a stojí za úvahu omezit tyto partie i na přednášce – ikona „ruka“).

Seznam odrážek „OK“ v této kapitolce by se mohl stát zveřejněným seznamem minimálních znalostí, které je potřeba zvládnout v předmětu Matematika 1 a který společně se skripty by mohl být k dispozici studentům – a také by mohl napomoci právě sjednocování znalostí během prvního semestru. Je nutné mít na paměti, že celý první semestr má vyrovnávací charakter (a zhruba jedna třetina studentů přicházejících ze SŠ má velmi slabé znalosti matematiky).

A) Lineární algebra. Toto téma je rozvrženo na tři týdny výuky. Vlastně je zcela vypuštěno příbuzné téma analytické geometrie, protože motivace pro řešení systémů lineárních rovnic je vzata už z elektrotechniky (viz [15], str.62-63). Jediný typ úlohy, který bývá zkoušen z oblasti vektorů a analytické geometrie, je zjištění, zda je zadaná skupina vektorů navzájem lineárně závislá, či vyjádření zadaného vektoru jako lineární kombinace několika jiných zadaných vektorů (= vyjádření souřadnic vektoru v jisté bázi). Základní znalosti a dovednosti:

Ano 1 : řešení lineárního systému rovnic Gaussovou eliminační metodou (znalost toho, že lineární systém rovnic může mít a) nekonečně mnoho řešení, b) jediné řešení, c) žádné řešení).

Ne 1 : definice vektoru a vektorového prostoru; tato definice ve své obecnosti je náročnou věcí, kterou nelze vyžadovat v základním kursu matematiky na technické VŠ; používaný text také nepracuje s vektorovými prostory obecně, pouze definuje **aritmetický vektor** jako uspořádanou n-tici reálných čísel (str.66, definice 2.2); dále studenti nemusí znát: základní pravidla počítání s vektory, pojmy skalární součin, ortogonální vektory, ortonormální vektory – respektive: studenti tyto pojmy znají a pracují s nimi, ale je rozumné nevyžadovat matematickou definici těchto pojmů.

Ano 2 : následující definice: kdy je vektor $\vec{a}$ **lineární kombinací vektorů** $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \ldots, \vec{a_k}$; kdy jsou vektory $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \ldots, \vec{a_k}$ **lineárně závislé**[10]; co je to **podprostor**, co je to **dimenze** a co je to **báze** vektorového podprostoru W[11].

Ano 3 : co je to matice typu (m, n); čtvercová matice řádu n; symetrická matice; matice transponovaná k matici A; jak se definuje sčítání matic a které matice lze sčítat mezi sebou; jak se definuje násobení matic a které matice lze násobit mezi sebou (a že záleží na pořadí matic při násobení).

Ne 2 : některé další pojmy, jako např. diagonální matice, horní trojúhelníková matice, submatice, antisymetrická matice;

[10]Přitom za znalost navrhuji považovat definici na str.68, nikoli větu na str.69

[11]Definice 2.9 báze prostoru na str. 69 je jen formální, důležitá je definice 2.15 báze a dimenze podprostoru na str. 71.

Ano 4 : inverzní matice, regulární matice, singulární matice – viz definice na str. 82.

Ne 3 : obsah skript na stranách 83-86. Některé pojmy jsou dosti speciální a je potřeba se vyvarovat slovníkového charakteru výuky.

Ano 5 : Gaussovu eliminační metodu při řešení systému lineárních rovnic a Jordanovu metodu při nalezení inverzní matice (obě z metod přitom nikoli teoreticky popsat, ale prakticky počítat; také není nutné znát termín „Jordanova metoda“, je postačující vědět, že se jedná o metodu počítající inverzní matici pomocí Gaussovy eliminace);

Ne 4 : definici permutace, definici determinantu (str. 95-97).

Ano 6 : způsob výpočtu determinantu řádu 2 a 3, Laplaceův rozvoj determinantu včetně vzorce.

Ano 7 : Větu 2.61 o vlastnostech počítání s determinanty (str. 97-98). Nemusí tuto větu mít nabiflovanou, ale musí umět odpovědět na otázku, jak se změní determinant, když se a) vymění dva řádky determinantu, b) od jednoho řádku odečte násobek jiného řádku, atd. Speciálně by měli znát možnosti při výpočtu determinantu úpravou matice na její schodový tvar (opět nikoli teoreticky, ale je vhodné zkoušet tyto znalosti např. na výpočtu determinantu řádu pět, apod.).

Ne 5 : Výpočet inverzní matice pomocí determinantů (možná jen ilustrativně na přednášce).

Ano 8 : Řešení systému lineárních rovnic pomocí Cramerova pravidla a pomocí inverzní matice (v minimu, které studenti musí znát, je řešení systému pomocí násobení inverzní maticí jedinou aplikací násobení matic).

B) Diferenciální počet. Toto téma je rozvrženo na čtyři týdny semestru. Základní znalosti a dovednosti:

Ne 6 : elementy matematické logiky ve své systematické formě (skriptum str. 10-17); systematický výklad logiky doporučuji vypustit z kursu vyrovnávajícího znalosti studentů v prvním semestru technické VŠ.

Ano 9 : Význam symbolů $\forall$ (pro každé, pro každou ...), $\exists$ (existuje), $\exists!$ (existuje právě jedno), $\Rightarrow$ (z toho plyne), $\Leftrightarrow$ (právě tehdy, když) jako základních symbolů matematického vyjadřování a zkráceného zápisu.

Ne 7 : Elementy teorie množin (str. 17-26 ve skriptech).

Ano 10 : Označení množiny a intervalu (kdy je interval zleva otevřený, zleva uzavřený, apod.). Označení pro sjednocení ($\cup$) a průnik ($\cap$) množin.

Ne 8 : definici reálné funkce jedné reálné proměnné, definici složené funkce.

Ano 11 : Definici funkce prosté na intervalu (a větu: k funkci f na intervalu existuje inverzní funkce právě tehdy, když f je na daném intervalu prostá). A dále musí znát větu 1.34 (strana 30: grafy funkcí f, f^{-1} jsou symetrické vzhledem k přímce $y = x$). Musí být schopni říct, zda daná elementární funkce je prostá (a zda k ní tedy existuje funkce inverzní) … znalost elementárních funkcí viz „Ano 12“.

Ne 9 : I když musí být schopni určit následující věci u zadané reálné funkce, tak tyto pojmy nemusí být schopni formálně definovat: definiční obor reálné funkce jedné proměnné, obor funkčních hodnot, je daná funkce sudá na svém definičním oboru (či na zadaném intervalu)? je daná funkce lichá na svém definičním oboru? je daná funkce ohraničená (shora, zdola, či zcela)?

Ano 12 : Musí být schopni určit vlastnosti (viz „Ano 11“, ale též včetně „Ne 9“ pro tyto konkrétní funkce) u následujících elementárních funkcí, a sice se základním argumentem x: funkce mocninná ($y = x^n$ pro n celé číslo; k mocninné funkci pro sudé n existuje inverzní funkce jen pro zúžení jejího definičního oboru), funkce exponenciální $y = e^x$ a logaritmická $y = \ln x$, funkce sinus, kosinus, tangens, kotangens argumentu x (a inverzní funkce k těmto na zúžených definičních oborech), funkce lineární $y = ax + b$, funkce lineární lomená $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ a funkce kvadratická $y = ax^2 + bx + c$ (proměnná veličina je označena x, hodnoty a, b, c, d jsou reálné konstanty).

Ne 10 : základní větu algebry, Bezoutovu rovnost; nemusí znát Hornerovo schéma – skripta str. 37-40).

Ne 11 : hyperbolické funkce, definici posloupnosti, definici aritmetické a geometrické posloupnosti.

Ne 12 : definici absolutní hodnoty, kreslení grafů funkcí, v jejichž funkčních předpisech se vyskytuje absolutní hodnota.

Ne 13 : definici pojmu limita či jednostranná limita (limita funkce zleva, limita funkce zprava) funkce f v bodě x_0. Nemusí znát definici pojmu nevlastní limita či limita v nevlastním bodě ∞, $-\infty$.

Ano 13 : studenti musí umět spočítat limitu (i nevlastní i jednostrannou) funkce f v bodě x_0 či v nevlastním bodě ∞, $-\infty$, pokud tuto je možné spočítat pouhým dosazením funkční hodnoty (pouhým limitním dosazováním v případě nevlastní limity), či pokud jde o limitu z výrazu typu $\frac{konst}{\infty}$, typu $\frac{\infty}{konst}$, typu $\pm\infty \pm konst$, typu $\pm\infty \cdot konst$ či typu $0 \cdot ($ ohraničená funkce$)$. Musí umět hodnotu této limity zakreslit do grafu dané funkce.

Ne 14 : (str. 129,130) definici pojmů hromadný bod posloupnosti, horní limita (limes superior), dolní limita (limes inferior). Tyto partie doporučuji odložit do předmětu Matematika 2.

Ano 14 : Studenti musí být schopni spočítat limitu racionální funkce (= podílu dvou polynomů) – str. 135-136.

Ne 15 : Není nutné znát vlastnosti spojité funkce (str. 145-150), ani definici spojitosti funkce v bodě.

Ano 15 : algebraický význam pojmu derivace funkce f v bodě x_0 (limita z jistého výrazu), geometrický význam pojmu derivace (směrnice tečny ke grafu funkce), fyzikální význam pojmu derivace (okamžitá rychlost změny fyzikální veličiny). Dále musí studenti znát rovnici tečny ke grafu funkce v bodě $[x_0, f(x_0)]$: tato rovnice má tvar $y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Ano 16 : základní pravidla pro derivování (věta 3.56 na str. 155: o derivaci součtu funkcí, derivaci násobku funkce konstantou, derivaci podílu a součinu funkcí); musí umět použít (nikoli vyslovit) větu o derivaci složené funkce $f(g(x))$. Dále musí umět derivovat funkce $\sin x$, $\cos x$, x^n.

Ne 16 : větu o derivaci inverzní funkce (věta 3.58); větu o derivaci složené funkce (věta 3.60) taky nemusí znát vyslovit, i když by ji měli umět použít. Nemusí znát derivace dalších elementárních a složených funkcí – mohou používat tabulku na str. 166 při psaní písemek.

Ne 17 : pojem diferenciál funkce (str. 160, 161), aproximaci hodnoty funkce užitím diferenciálu (stačí naučit studenty pracovat s Taylorovým polynomem).

Ano 17 : nemusí umět vyslovit, ale musí umět správně použít l'Hospitalovo pravidlo v případě výpočtu limit z výrazů typu $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞, ∞^0, 0^0. Jedná se o jednu z možných aplikací pojmu derivace.

Ano 18 : musí umět správně dosadit do vzorce pro Taylorův polynom, i když tento vzorec nemusí znát zpaměti. Musí umět pomocí derivace určit intervaly, na kterých je funkce rostoucí (klesající) – musí také na základě spočtených intervalů monotonnosti (když vezme v úvahu definiční obor dané funkce) správně určit lokální extrémy. Musí umět pomocí druhé derivace správně určit intervaly, na kterých je daná funkce konvexní (konkávní) – musí také na základě určených intevalů konvexnosti a konkávnosti (když vezme v úvahu definiční obor dané funkce) správně určit inflexní body. Uvedené definice není nutno znát, i když student by měl být schopen např. sdělit správnou představu o tom, co je to funkce konvexní (konkávní) na intervalu.

Ne 18 : studenti nemusí být schopni citovat nutnou podmínku pro existenci lokálního extrému či inflexního bodu vzhledem k derivaci (str. 184-186).

Ne 19 : studenti také nemusí znát pravidlo ohledně globálních extrémů funkce na uzavřeném intervalu, která má na tomto intervalu derivaci (funkce nabývá globálního extrému na daném intervalu buď v bodě lokálního extrému, či v krajním bodě intervalu), i když na přednášce by měli mít příklad tohoto typu.

Ano 19 : studenti nemusí znát vzorce pro výpočet asymptot bez směrnice či se směrnicí, ale měli by tyto vzorce mít s sebou k dispozici a měli by je umět použít.

Ano 20 : studenti musí být schopni nakreslit graf funkce z těchto údajů: definiční obor funkce, intervaly monotonnosti a lokální extrémy, intervaly konvexnosti, konkávnosti a inflexní body, asymptoty se směrnicí a jednostranné limity v krajních bodech definičního oboru (= asymptoty bez směrnice).

C) Integrální počet. Třetí velký celek předmětu je na stranách 205-255 skript.

Ne 20 : Definici neurčitého integrálu (str. 205-207). Studentovi je dobré občas připomenout fakt, že při výpočtu integrálu musí dodat přičtení libovolné konstanty, ale žádné formální definice není v tomto ohledu potřeba vyžadovat.

Ano 21 : Některé základní integrační vzorce, jako například $\int \sin x \, dx$, $\int \cos x \, dx$, $\int x^n \, dx$. Musí znát vzorec integrace „per partes“ (a musí umět metodu „per partes“ použít) – student musí umět integrovat funkce $x \cdot \sin x$, $x \cdot \cos x$, $x \cdot e^x$. Dále musí umět vypočítat integraci funkce násobené konstantou, integraci součtu funkcí.

Ne 21 : Další integrační vzorce ze str. 225 – kromě těch, co obsahuje „Ano 21“. Tuto tabulku (str.225) dalších základních vzorců může mít s sebou při písemkách.

Ano 22 : Musí umět použít větu 4.12 o substituci (str. 210-211), pokud je mu substituce zadána vyučujícím. Dále musí umět SÁM URČIT TYP SUBSTITUCE a daný příklad dokončit pro následující příklady: $\int \sin^2 x \cdot \cos x \, dx$, $\int \frac{1}{1+\sqrt{x+1}} \, dx$, $\int \sqrt{2x-1} \, dx$, $\int (2x+3)^5 \, dx$, $\int \sin(2x+1) \, dx$, $\int \frac{\ln^4 x}{x} \, dx$, $\int x \cdot \sqrt{x^2+2} \, dx$, $\int x \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \, dx$, $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} \, dx$, $\int \frac{1}{x \cdot \ln x} \, dx$, $\int \frac{e^x}{e^x+1} \, dx$, $\int e^{\sqrt{x}} \, dx$ (při počítání těchto příkladů by si student sám měl vyvinout cit pro některé základní substituce). Tuto dovednost nelze vypustit – i když integrační metody dnes už běžně zvládá počítač, studenti se na vysoké škole setkají s odvozováním a je potřeba substituční metodu znát.

Ne 22 : Integrační metody na stranách 217-224.

Ne 23 : Vzorce na str. 226.

Ne 24 : rozklad racionální lomené funkce na parciální zlomky a integraci těchto parciálních zlomků (str. 214-217)!!!! Ale je dobré možná některé jednoduché příklady provést na přednášce, aby studenti znali tento pojem[12].

Ne 25 : Studenti nemusí umět sestavovat diferenciální rovnici jako model popisující různé situace technické praxe, i když téma je důležité probrat na přednášce jako základní aplikaci integrace.

Ano 23 : Studenti by měli umět řešit diferenciální rovnice prvního řádu se separovatelnými proměnnými – měli by rozeznat, že se jedná o tento typ rovnice, převést do separovaného tvaru a vyřešit. Také by měli znát rozdíl mezi obecným řešením a partikulárním řešením – musí umět řešit separovatelné diferenciální rovnice 1. řádu s počáteční podmínkou.

Ne 26 : Definici a některé základní vlastnosti určitého integrálu – na stranách 231-239 skript.

Ano 24 : Geometrický význam určitého Riemannova integrálu, Newtonovu-Leibnizovu formuli pro výpočet integrálu (str. 240) + její užití, metodu per partes pro určitý integrál.

Ne 27 : Věci týkající se nevlastního integrálu (i když na přednášce je asi dobré zmínit integraci na intervalu nekonečné délky, respektive integraci z neohraničené funkce na intervalu konečné délky).

Ano 25 : Měli by umět vypočítat následující aplikace určitého integrálu: obsah podgrafu funkce na intervalu $\langle a; b\rangle$; objem tělesa vzniklého rotací podgrafu funkce $f(x)$ na intervalu $\langle a; b\rangle$ kolem osy x; délka křivky rovinné (vzorec pouze pro křivku zadanou funkcí $f(x)$).

D) Nekonečné řady. Čtvrtý celek předmětu navrhuji z časových důvodů celý přesunout do druhého semestru. Rovněž se nejedná o základní téma, které by mělo vyrovnávací charakter.

Ne 28 : Strany 256-287 skript.

[12]Je možné, že tuto metodu studenti využijí při Laplaceově transformaci v předmětu Matematika 2 a jiných technických předmětech ,ale navrhuji její znalost vyžadovat až v předmětu Matematika 2, nikoli ve vyrovnávacím kursu prvního semestru.

5 Osobní reflexe namísto závěru

S velkým zájmem jsem si přečetl článek Otto Jarolímka Chceme být vzdělaným národem? (Konzervativní listy 1/2011, dostupný na internetu na stránce `http://konzervativnilisty.cz/texty/odjinud/temaskolstviavzdelani/`), jenž mi připomněl některé myšlenky, kterými jsem se zabýval dříve, a pomohl jiné myšlenky rozvinout. Dovolte mi k několika otázkám výuky matematiky se vyjádřit. *Kurzívou budou označeny citace pocházející ze zmiňovaného článku.*

A) **Nižší ročníky ZŠ** *Za přímo učebnicový příklad špatného rozhodnutí považuji opuštění množinového pojetí výuky matematiky, zaváděného počátkem osmdesátých let.* V této věci s Otto Jarolímkem pesimismus nesdílím. Pohledem do učebnice matematiky svého synovce, který navštěvuje 3.ročník ZŠ, jsem se skutečně přesvědčil, že zde není snad ani jedna složená závorka reprezentující označení množiny (a podobně zde chybí symboly $\in$ „je prvkem“, $\cup$ „sjednocení“, $\cap$ „průnik“). Ovšem věřím, že v chápání žáků se nic nezmešká, když si tato množinová symbolika studenty najde ve vyšších ročnících ZŠ, respektive na střední škole. Důvodem mého přesvědčení je samotná podstata matematiky a našeho lidského uvažování: při seznámení s jakýmkoli pojmem, ať už jsou to pojmy z geometrie, či zákonitosti počítání do tisíce (kteréžto partie jsem v učebnici svého devítiletého synovce našel), samotná povaha matematiky, a též způsob našeho uvažování nás vede k jejich zařazení do vztahu k pojmům už známým. Tedy věřím, že schopnost systematizace a logického utřídění je dále v matematice procvičována i v nižších ročnících základní školy.

B) **Vyšší ročníky ZŠ + nižší ročníky víceletých gymnázií** *Např. v matematice by měla víceletá gymnázia upřednostňovat rozvoj matematického myšlení a pochopení vnitřní struktury této základní vědy před nekonečným procvičováním elementárních početních dovedností.* I když nerozumím situaci rozdílu vyšších tříd ZŠ a nižších tříd osmiletého gymnázia, výraz „nekonečné procvičování elementárních početních dovedností“ mi působí stejné starosti jako jeho autorovi – i když možná ne ve vztahu k ZŠ, ale ve vztahu k výuce matematiky na střední škole obecně.

C) **Střední školy** Jak dosáhnout toho, aby výuka středoškolské matematiky NEbyla jen prezentací tisíce matematických technik a nekonečným procvičováním těchto technik, kterým student nevidí začátek, konec, ani důvod? Samozřejmě úprava algebraických výrazů (= schopnost práce se zlomky, závorkami a mocninami) je důležitým výstupem středoškolských dovedností, ale v jakém rámci tyto úpravy výrazů dělat (= v jakém směru poskytnout studentům k tomu motivaci)? Věřím, že v poznámce 2.3 (str. 7-10) tohoto textu jsem vykreslil odpověď na tuto otázku – zasazení výuky matematiky do rámce fyziky poskytuje jednak rozumnou motivaci studentům, jednak rozumná kritéria pro výběr vyučovaných matematických metod a technik učitelům.

Zavádění učebních oborů s maturitou nabylo v osmdesátých letech 20.století masového rozsahu, v letech devadesátých bylo pak korunováno formálním ostraněním „učňovského školství“, zabývajícího se přípravou řemeslně zdatných pracovníků pro dělnické profese, a nahrazováním učilišť tzv. integrovanými středními školami. Tento proces vedl k postupné degradaci maturitní zkoušky jako nezbytné podmínky pro přijetí ke studiu na vysoké škole. Zcela souhlasím s autorovým hodnocením tohoto procesu, kdy je absolvování střední školy a většiny učebních oborů spojeno s vykonáním maturity, a to vede ke snižování její úrovně. Také souhlasím s pohledem na význam maturity – že by to měla být zkouška, která

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

otevírá studentovi bránu na vysokou školu. Z tohoto pohledu bych pak dokonce šel dále než Otto Jarolímek a doporučil ředitelům středních škol, jejichž studenti mají problémy s absolvováním předmětů státní maturity, aby absolvování dané střední školy zcela oddělili od povinnosti vykonat maturitní zkoušku – oddělení absolventské odborné zkoušky od maturitní zkoušky by studentovi nabízelo možnost dokončit střední vzdělání, i když by současně nesložil zkoušku z některého předmětu státní maturity. Student neúspěšný u maturity by měl osvědčení o dokončení střední školy, a nemusel by tak být repetentem posledního ročníku střední školy, ale mohl by si hledat zaměstnání (pouze by daná střední škola nabízela možnost přípravy k maturitě při zaměstnání pro své bývalé studenty; a nebo by možnost složit maturitu mohla být nabízena o rok později např. pouze jednou školou v daném místě, bez vazby na absolvovanou SŠ). Maturita pro SŠ by se tedy (kromě gymnázií) mohla stát dobrovolnou záležitostí.

Národ se nestane vzdělanější tím, že 80% obyvatel bude mít maturitu a 60% jich absolvuje vysokou školu. Rozložení intelektu ve společnosti tímto nezměníme a umělé zvyšování počtu vysokoškolsky vzdělaných lidí povede ke snižování úrovně těchto škol. Stát musí pouze zajistit, aby každý občan měl možnost dosáhnout nejvyššího vzdělání, které mu jeho intelektuální předpoklady dovolují. V tomto kontextu je třeba chápat maturitní zkoušku výhradně jako nutnou podmínku (nikoli však postačující) pro vstup na vysokou školu, a podle toho též koncipovat její podobu. … Važme si i kvalitní manuální a řemeslné práce! Poskytněme zájemcům odpovídající přípravu a nenuťme je skládat maturitu, kterou nepotřebují. Možná je tak učiníme šťastnějšími. Zcela souhlasím s autorovým pojetím maturity, které navrhuje. Souhlasím též všemi deseti s jeho návrhem, aby po definování okruhů maturitních zkoušek byly tyto prováděny vysokoškolskými pedagogy (nebyla by žádná celostátní distribuce, pouze by byly definovány okruhy otázek). Místo odborného asistenta, docenta či profesora na VŠ je místo pedagogicko-vědecké. Věda je tou složkou, která se při přijetí pracovníka na VŠ začíná teprve rozvíjet. Ale chybou je VŠ pedagogy po jejich přijetí na VŠ zcela odtrhnout od problematiky výuky na střední škole. Proto vítám návrh, aby se VŠ pedagogové podíleli na návaznosti výuky mezi SŠ a VŠ právě svou účastí u statních maturitních zkoušek.

D) **Volba předmětů pro státní maturitu** *Povinným obsahem maturity by měla být zkouška z českého jazyka, jednoho cizího jazyka (přikláním se k povinné angličtině), matematiky a jednoho volitelného základního přírodovědného či společenskovědního oboru (zřejmě by připadala v úvahu fyzika, chemie, biologie, geografie doplněná o základy geologických věd a historie doplněná o základy dalších společenských věd). Její úroveň by měla vycházet z gymnaziálního studijního programu.* V podstatě s kolegou Jarolímkem souhlasím, ale dovolil jsem si jeho návrh rozpracovat podrobněji s některými podnětnými změnami:

Povinná část státní maturity ať sestává ze tří předmětů, kde si student volí minimálně jeden předmět z každého z následujících okruhů (je možné zvolit i více předmětů z jednoho okruhu, ale až v rámci čtvrtého či pátého předmětu maturity, ovšem tato volba je nepovinná – zatímco bych rád trval na vysoké úrovni okruhů v každém předmětu, celkový povinný počet předmětů u státní maturity navrhuji stanovit na tři):

1. Český jazyk: předmět vedený se zřetelem na gramatiku, stylistiku psaného projevu a českou literaturu v průběhu historie.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. Cizí jazyk: Povinná volba jednoho z cizích jazyků, které nabízí daná SŠ, přičemž SŠ má povinnost v nabídce uvést angličtinu (na povinnosti vybrat si angličtinu bych netrval, i když bych ji vysoce doporučil, protože mnohé (např. technické) vysoké školy mají ve svých osnovách povinnou zkoušku z angličtiny na netriviální úrovni).

3. všeobecný rozhled: povinná volba jednoho z následujících pěti předmětů:

   (a) matematika

   (b) fyzika

   (c) biologie

   (d) chemie

   (e) historie + filosofie

   Jak je vidět z návrhu, netrvám na povinné maturitě z matematiky, ale navrhuji povinnou maturitu z jednoho z uvedených pěti předmětů[13].

   V zásadě je maturita z matematiky vždy dobrou volbou, protože (opět souhlas s kolegou Jarolímkem) je potřeba k exaktnímu chápání nejen v přírodních, ale i ve společenských vědách (na společenskovědních fakultách je často dále vyučována statistika i logika – oba to dosti speciální a nadstavbové obory matematiky).

E) **Konkrétně k maturitě z matematiky** Svoje názory představené v mých částech tohoto textu zde v podstatě shrnuji i v návrhu okruhů konkrétně pro státní maturitu z matematiky. Nejprve bych rád řekl, že kvůli zachování úrovně vysokých škol hlasuji pro jednotnou úroveň maturity z matematiky, nikoli pro dvě varianty[14]. Úroveň, kterou navrhuji, není ani jednoduchá, ani složitá. Nebo jinak řečeno: okruhy otázek k maturitě navržené v následujícím jsou jednoduché v tom, že mnohé oblasti matematiky jsem z nich vyloučil, čímž by se ulehčilo objemu učiva (nešlo by o to naučit se celý slovník metod, ale jen vybrané metody), a současně složité v tom, že do těchto základních okruhů navrhuji zahrnout i partie derivování a integrace (to je zcela v souladu s uvažovaným smyslem maturity – většina technických fakult (stavební, strojní, elektro) je vlastně zaměřena na jistou část fyziky a potřebuje pracovat s pojmy diferenciálního a integrálního počtu už od prvního týdne prvního semestru).

Konkrétně navrhuji okruhy otázek z matematiky vybrat z řady gymnaziálních učebnic matematiky [1] až [11], ale ne ze všech (slovy ze článku kolegy Jarolímka, navrhuji maturitu z matematiky náročnou dostatečně, ale nikoli příliš):

1. Navrhuji vybrat všechna témata z těchto čtyř gymnaziálních učebnic matematiky:

[13] Update 2011: nakonec jsem kapituloval a přidal k prvním čtyřem předmětům i pátou historii, protože dobře znát historii a základy dilosofie je také dnes velmi náročným úkolem. Tento výběr už navrhuji nerozmělňovat dalšími možnosti. Nabízí se předmět „zeměpis + geologie“, ovšem tato varianta se mi zdá být ve srovnání s matematikou příliš jednoduchým, až únikovým předmětem, což by bylo pro tuto kategorii výběru nedůstojné. Dané znalosti může zahrnout do svých přijímacích zkoušek už příslušná vysoká škola; navíc škola vyučující geografii a geologii bude pravděpodobně vždy pracovat s matematikou, která je tedy vlastně pro takovou VŠ dobrým startovacím bodem.

[14] Vždyť matematika je volitelná, tj. kdo se bojí překročit její základní úroveň, vybere si jiný předmět.

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- [3]: Funkce.
- [7]: Goniometrie.
- [10]: Diferenciální a integrální počet.
- [11]: Analytická geometrie.

Jako vysokoškolský pedagog jsem při obraně maturity z matematiky splnil svůj úkol už v tomto 1.bodě, protože jsem uvedl všechny učebnice středoškolské matematiky klíčové pro většinu vysokých škol. O zastoupení těchto témat u maturity není možné diskutovat právě z principu, na jehož základě se maturita koná – učinit kvalitní krok ke studiu na vysoké škole.

2. Následují čtyři další učebnice, o jejichž zastoupení u maturity z matematiky je možné diskutovat z hlediska doplnění objemu témat na dostatečně náročný, ale ne příliš náročný počet. Ustavme komisi (:-) středoškolských učitelů, která vybere další témata k maturitě z následujících čtyř učebnic:

   - [2]: Planimetrie (do maturitních otázek bych zařadil kapitolu 1 (rovinné útvary), ale vyloučil kapitoly 2 (konstrukční úlohy) a 3 (zobrazení v rovině)).
   - [4]: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika (do maturitních otázek bych zařadil kombinatoriku (zhruba první polovina učebnice) a vyloučil pravděpodobnost a statistiku (druhá polovina učebnice)).
   - [5]: Komplexní čísla (do maturitních otázek bych zařadil první dvě kapitoly, zhruba polovinu učebnice (do str. 68)).
   - [8]: Posloupnosti a řady (do maturitních otázek bych zařadil jednu otázku na základní pojmy aritmetické a geometrické posloupnosti, a druhou otázku na znalost součtu geometrické řady – zhruba v rozsahu poloviny informací v učebnici).

   Vzhledem k nižší dotaci pro hodiny matematiky na některých středních školách vyučujících maturitní matematiku navrhuji vybrat do povinných témat maturity v tomto bodě zhruba polovinu z této čtveřice učebnic. Pokud by se předchozí bod 1. zdál pro mnohé velkým soustem, lze z tohoto bodu 2. vyloučit ještě další partie. Záleží na domluvě počtu okruhových otázek.

3. A konečně navrhuji zcela (bez diskuse) z kapacitních důvodů vyloučit z maturitních otázek zbylé tři učebnice gymnaziální matematiky:

   - [1]: Základní poznatky z matematiky.
   - [6]: Stereometrie.
   - [9]: Rovnice a nerovnice.

Pokud by byl právě předložený návrh výběru témat respektován, znamenalo by to vybrat z gymnaziálních učebnic matematiky (dostatečná náročnost) pouze o něco více než polovinu, přesněji $\frac{6}{11}$ témat (eliminace některých témat zajistí, že náročnost nebude příliš velká).

F) **Vysoké školy** *Nedostatky na nižších vzdělávacích stupních, a především absence přirozeného síta v podobě dostatečně náročné maturity způsobují, že na vysoké školy přicházejí studenti, jejichž intelektuální potenciál tomuto stupni vzdělání vůbec neodpovídá. Pro ně se pak vytvářejí různé „únikové obory“. Vše je pak zaštítěno ideologickými nesmysly přicházejícími z prostředí eurounijní byrokracie a hovořícími o masovém rozšíření vysokoškolského vzdělání (80% obyvatel prý může navštěvovat vysokou školu) a o prostupnosti jednotlivých oborů, a podepřeno ekonomickými nástroji, v nichž hlavním kritériem pro výši státního příspěvku je počet studentů.* Kolega Jarolímek dále navrhuje další konkrétní kroky, jakým způsobem je možné vysokému školství vrátit jeho tvář a suverenitu. S jeho pohledy souhlasím a doporučuji přečíst je v celém znění ve článku, se kterým jsem byl v této své reflexi v interakci.

Literatura

[1] Bušek, I., Boček, L., Calda, E.: Matematika pro gymnázia – základní poznatky z matematiky. Prometheus 1992, 2.vydání.

[2] Pomykalová, E.: Matematika pro gymnázia – planimetrie. Prometheus 1993, 3.vydání.

[3] Odvárko, O.: Matematika pro gymnázia – funkce. Prometheus 1993, 2.vydání.

[4] Calda, E., Dupač, V.: Matematika pro gymnázia – kombinatorika, pravděpodobnost, statistika. Prometheus 1993, 3.vydání.

[5] Calda, E.: Matematika pro gymnázia – komplexní čísla. Prometheus 1994, 2.vydání.

[6] Pomykalová, E.: Matematika pro gymnázia – stereometrie. Prometheus 1995, 2.vydání.

[7] Odvárko, O.: Matematika pro gymnázia – goniometrie. Prometheus 1994, 2.vydání.

[8] Odvárko, O.: Matematika pro gymnázia – posloupnosti a řady. Prometheus 1995, dotisk 1.vydání.

[9] Boček, L., Bočková, J., Charvát, J.: Matematika pro gymnázia – rovnice a nerovnice. Prometheus 1995, 2., doplněné vydání.

[10] Hrubý, D., Kubát, J.: Matematika pro gymnázia – diferenciální a integrální počet. Prometheus 1997, 1.vydání.

[11] Kočandrle, M., Boček, L.: Matematika pro gymnázia – analytická geometrie. Prometheus 1995, dotisk 1.vydání.

[12] David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker: Fyzika. Vysokoškolská učebnice obecné fyziky. Vysoké učeni technické v Brně – Nakladatelství VUTIUM a Prometheus Praha, 2000 (1.vydání). Přeloženo z anglického originálu Fundamentals of Physics, Fifth Edition Extended, 1997, John Wiley & Sons, s přihlédnutím k 6. vydání z roku 2001.

[13] Erwin Kreyszig: Advanced Engineering Mathematics. John Wiley & Sons 2006, 9th Edition.

[14] Kolářová, E.: Matematický seminář. Skriptum FEKT VUT v elektronické formě, Brno 2003. `http://www.umat.feec.vutbr.cz/~kolara/seminar_pdf.pdf`.

[15] Krupková, E., Fuchs, P.: Matematika 1. Skriptum FEKT VUT v elektronické formě, Brno 2004. `http://www.umat.feec.vutbr.cz/~krupkova/hlavni.pdf`.

[16] Petty, G.: Moderní vyučování – praktická příručka. Portál, Praha 1996, 1.vydání. 379 stran.

[17] Kolářová, E.: Matematika 1 - sbírka úloh. Elektronický text FEKT VUT, Brno 2010. K dispozici na `http://www.umat.feec.vutbr.cz/~kolara/bmajedna.pdf`.